

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ II NĂM HỌC 2021-2022

KHỐI LỚP 12

PHẦN HÌNH HỌC

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. HỆ TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN

- Tọa độ vector: $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u}(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

- Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Các công thức cần nhớ

$$1. \vec{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$$

$$2. AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$3. \vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2, a_3 \pm b_3)$$

$$4. k \cdot \vec{a} = (ka_1, ka_2, ka_3)$$

$$5. |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

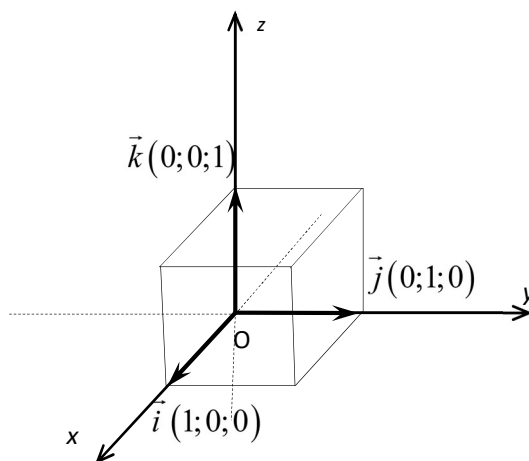
$$6. \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

$$7. \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

$$8. \vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k \cdot \vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$$

$$9. \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0$$

$$10. \vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}$$



$$11. \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

$$12. \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow (\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$$

$$13. M \text{ chia đoạn } AB \text{ theo tỉ số } k \neq 1: M\left(\frac{x_A - kx_B}{1 - k}, \frac{y_A - ky_B}{1 - k}, \frac{z_A - kz_B}{1 - k}\right)$$

$$14. M \text{ là trung điểm } AB: M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

$$15. G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC: G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

$$16. \text{Vectơ đơn vị: } \vec{i} = (1, 0, 0); \vec{j} = (0, 1, 0); \vec{k} = (0, 0, 1)$$

$$17. M(x, 0, 0) \in Ox; N(0, y, 0) \in Oy; K(0, 0, z) \in Oz$$

$$18. M(x, y, 0) \in Oxy; N(0, y, z) \in Oyz; K(x, 0, z) \in Oxz$$

$$19. S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$20. V_{ABCD} = \frac{1}{6} |(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}|$$

$$21. V_{ABCD.A'B'C'D'} = |(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AA'}|$$

2. MẶT PHẪNG

2.1. Phương trình tổng quát của $mp(P): Ax + By + Cz + D = 0$

(trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0)

- Chú ý:

+ Khi cho mặt phẳng (P) có pt là $Ax + By + Cz + D = 0$ thì (P) có 1 VTPT là $\vec{n} = (A; B; C)$

+ Khi biết $mp(P)$ qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ thì ta viết phương trình của $mp(P)$ là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

“Khi lập pt mặt phẳng ta thường dùng pt này”

2.2. Những trường hợp riêng của phương trình tổng quát

- (P) qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow D = 0$
- (P) song song hoặc trùng (Oxy) $\Leftrightarrow A = B = 0$
- (P) song song hoặc trùng (Oyz) $\Leftrightarrow B = C = 0$
- (P) song song hoặc trùng (Oxz) $\Leftrightarrow A = C = 0$
- (P) song song hoặc chứa Ox $\Leftrightarrow A = 0$
- (P) song song hoặc chứa Oy $\Leftrightarrow B = 0$
- (P) song song hoặc chứa Oz $\Leftrightarrow C = 0$
- (P) cắt Ox tại $A(a; 0; 0)$, cắt Oy tại $B(0; b; 0)$ và cắt Oz tại $C(0; 0; c) \Leftrightarrow (P)$ có phương trình mặt phẳng

theo đoạn chắn là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (a, b, c \neq 0)$

2.3. Khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng

$$\text{Cho } M(x_0; y_0; z_0) \text{ và } (P): Ax + By + Cz + D = 0; d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

- Chú ý: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

2.4. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng (P): $Ax + By + Cz + D = 0$ và (P'): $A'x + B'y + C'z + D' = 0$.

Khi đó:

- (P) cắt (P') $\Leftrightarrow A : B : C \neq A' : B' : C'$.
- (P) // (P') $\Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$.

- $(P) \equiv (P') \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.
- $(P) \perp (P') \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(P')} \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(P')} = 0 \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

3. ĐƯỜNG THẲNG

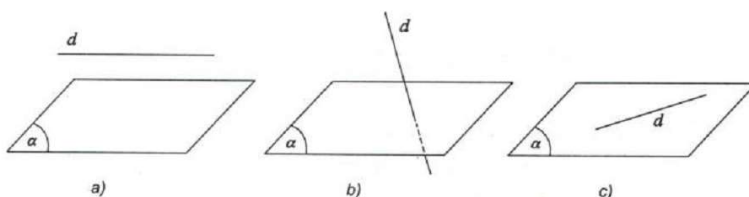
3.1. Phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng

- Phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm VTCP là :

$$(\Delta) : \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- Nếu $a_1, a_2, a_3 \neq 0$ đường thẳng (Δ) có phương trình chính tắc là: $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$

3.2. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng



Để xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

Ta xét phương trình $A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0$ (1) (ẩn t)

- Nếu pt (1) vô nghiệm thì $d \parallel (\alpha)$.
- Nếu pt (1) có đúng một nghiệm $t = t_0$ thì (d) cắt (α) tại điểm $M_0(x_0 + t_0 a_1; y_0 + t_0 a_2; z_0 + t_0 a_3)$.
- Nếu pt (1) có vô số nghiệm thì d nằm trên (α) .

Đặc biệt

$$(\Delta) \perp (\alpha) \Leftrightarrow \vec{a} \text{ và } \vec{n} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow a_1 : a_2 : a_3 = A : B : C$$

3.3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Để xét VTTĐ giữa $d: \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = x'_0 + t'a'_1 \\ y = y'_0 + t'a'_2 \\ z = z'_0 + t'a'_3 \end{cases}$ làm như sau:

Bước 1: Tìm 2 VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{a}' = (a'_1; a'_2; a'_3)$ của d, d' và xét tỉ số $\frac{a_1}{a'_1}; \frac{a_2}{a'_2}; \frac{a_3}{a'_3}$.

Bước 2: - Nếu $\frac{a_1}{a'_1} = \frac{a_2}{a'_2} = \frac{a_3}{a'_3}$ thì làm tiếp Bước 3.

- Nếu $\frac{a_1}{a'_1} \neq \frac{a_2}{a'_2} \neq \frac{a_3}{a'_3}$ thì làm tiếp Bước 4.

Bước 3: Lấy tọa độ $M(x_0; y_0; z_0)$ thay vào pt của d' nếu thỏa mãn thì $d \equiv d'$, nếu không thỏa mãn thì $d // d'$.

Bước 4: Giải hệ pt $\begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 (*) \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases}$. Nếu hệ pt có nghiệm $(t; t')$ duy nhất thì d cắt d' , nếu hệ pt vô nghiệm thì d và d' chéo nhau.

Chú ý: Khi d và d' cắt nhau, muốn tìm giao điểm của chúng ta lấy giá trị t tìm được khi giải hệ (*) thay vào pt của d sẽ được tọa độ giao điểm.

4. MẶT CẦU

4.1. Phương trình chính tắc của mặt cầu

Phương trình chính tắc của mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$, bán kính R là:

$$(S) : (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2 \quad (1)$$

Đặc biệt: Khi $I \equiv O$ thì $(C) : x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

4.2. Phương trình tổng quát

Phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 4)$, $B(6; 2; 2)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (4; 3; 4)$. B. $\overrightarrow{AB} = (4; -1; -2)$. C. $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 4)$. D. $\overrightarrow{AB} = (4; -1; 4)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S) : (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$ có bán kính bằng

A. 16. B. 4. C. 32. D. 8.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y + 5z - 1 = 0$ là:

A. $\vec{n} = (-3; 5; -1)$. B. $\vec{n} = (1; 3; 5)$. C. $\vec{u} = (1; -3; 5)$. D. $\vec{n} = (-1; -3; 5)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u} = (1; 3; -2)$, $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - 2\vec{v}$ là

A. $(3; -1; 0)$. B. $(-1; 2; -1)$. C. $(-3; -1; 0)$. D. $(-3; 1; 0)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.

Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(2; -3; -1)$.

B. $N(2; 0; -1)$.

C. $P(-2; 0; 1)$.

D. $Q(1; -3; 5)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Mặt phẳng đi qua $M(1; 4; 3)$ và vuông góc với đường thẳng (d):

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{3} \text{ có phương trình là:}$$

A. $2x - y + 3z - 7 = 0$.

B. $2x - y + 3z + 7 = 0$.

C. $3x + y - 5 = 0$.

D. $2x + y - 3z - 7 = 0$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 4; -1)$, $B(2; 4; 3)$, $C(2; 2; -1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC là

A.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y - 2z + 2 = 0$.

B. $x + 2z - 3 = 0$.

C. $2y - z + 1 = 0$.

D. $x + y - z = 0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-7}{-7}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. d cắt (P) .

B. $d \perp (P)$.

C. $d \subset (P)$.

D. $d // (P)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

A. $\frac{11}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3.

D. 1

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -3; 3)$ và $(P): x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$.

B. $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-7}$.

D. $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + m = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -2; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng.

A. 256.

B. 128.

C. $\frac{256}{3}$.

D. $\frac{128}{3}$.