

LỜI GIẢI CHI TIẾT – GIẢI TÍCH 12 - ĐỀ CƯƠNG HỌC KỲ II
NĂM HỌC 2021-2022

I. NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+1}$ là

A. $\int f(x)dx = e^{2x+1} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x+1} + C.$

D. $\int f(x)dx = e^{x+1} + C.$

Câu 1: Đáp án C

Câu 2 : Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $\frac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Khi đó $F(3)$ bằng bao nhiêu:

A. $\ln 2 + 1$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\ln \frac{3}{2}$

D. $\ln 2$

Câu 2: Đáp án A

$$F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C$$

$$F(2) = 1 \Rightarrow C = 1$$

$$\Rightarrow F(x) = \ln|x-1| + 1$$

$$\Rightarrow F(3) = \ln 2 + 1$$

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin x$ là

A. $2x^2 + \cos x + C.$

B. $2x^2 - \cos x + C.$

C. $x^2 - \cos x + C.$

D. $x^2 + \cos x + C.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int (2x + \sin x) dx = \int 2x dx + \int \sin x dx = x^2 - \cos x + C.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = 12x^2 + C$

B. $\int f(x) dx = 3x^4 - 2x + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^4 - 2x + C$

D. $\int f(x) dx = x^4 - 2x + C$

Câu 4 (NB)

Cách giải:

$$\int f(x) dx = \int (4x^3 - 2) dx = x^4 - 2x + C$$

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x+4}$ trên $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{4}{5}\right\}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{\ln 5} \ln|5x+4| + C.$

B. $\int f(x) dx = \ln|5x+4| + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{5} \ln|5x+4| + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{5} \ln(5x+4) + C.$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$ ta có $\int f(x) dx = \frac{1}{5} \ln|5x+4| + C.$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0;3]$, $f(0) = 2$ và $f(3) = 5$. Tính $I = \int_0^3 f'(x) dx$.

A. 3

B. -9

C. -5

D. 9

Câu 6: Đáp án A

$$I = f(x) \Big|_0^3 = f(3) - f(0) = 3$$

Câu 7 : Tìm nguyên hàm $f(x) = (1-x) \cos x$ bằng cách đặt $u = 1-x$, $dv = \cos x dx$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int f(x) dx = (1-x) \sin x - \cos x + C.$

B. $\int f(x) dx = (1-x) \cos x + \sin x + C.$

C. $\int f(x) dx = \sin x - (x \sin x + \cos x) + C.$

D. $\int f(x) dx = (1-x) \sin x + \int \sin x dx + C.$

Câu 7. Đáp án C

Câu 8: Giá trị của $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$ bằng

A. $I = \frac{1}{4}.$

B. $I = 4.$

C. $I = \frac{1}{4} \pi.$

D. $I = 0.$

Câu 8: Đáp án A

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x d(\sin x) = \frac{\sin^4 x}{4} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{4}$$

Câu 9: Giả sử $\int_0^1 \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx = \ln \frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $P = a.b$

A. $P = 15$

B. $P = 16$

C. $P = 18$

D. $P = 21$

Câu 9: Đáp án C

GV: Đặng Thanh Hải

Trường THPT Triệu Quang Phục

$$\int_0^1 \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx = \int_0^1 \left(\frac{3}{x+2} + \frac{1}{x+3} \right) dx = [3\ln(x+2) + \ln(x+3)]_0^1 = \ln \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow a=9, b=2 \Rightarrow P=ab=18$$

Câu 10: Biết $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = a + b\sqrt{3}$, với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị biểu thức $S = a - 4b$

A. $S = \frac{9}{2}$.

B. $S = 3$.

C. $S = -\frac{1}{2}$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 10: Đáp án B

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow a=1, b=-\frac{1}{2} \Rightarrow S = a - 4b = 3$$

Câu 11 : Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$ bằng cách đặt $x = 2 \sin t$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 2t) dt.$

B. $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt.$

C. $I = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 2t) dt.$

D. $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2t) dt.$

Câu 12: Đáp án D

Câu 12: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức:

A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

B. $S = \left| \int_a^b f_1(x) - f_2(x) dx \right|$.

C. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$.

D. $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$.

Câu 12: Đáp án A

Câu 13: Cho $I = \int x e^{x^2} dx$, đặt $u = x^2$, khi đó viết I theo u và du ta được:

GV: Đặng Thanh Hải

Trường THPT Triệu Quang Phục

A. $I = 2 \int e^u du$

B. $I = \int e^u du$

C. $I = \frac{1}{2} \int e^u du$

D. $I = \int u e^u du$

Câu 13: Đáp án C

$$u = x^2 \Rightarrow x dx = \frac{du}{2}$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \int e^u du$$

Câu 14. Cho $\int_0^6 f(x) dx = 10$ và $\int_0^4 f(x) dx = 7$ thì $\int_4^6 f(x) dx$ bằng:

A. -17.

B. 17.

C. 3.

D. -3.

Lời giải**Chọn C**

$$\int_4^6 f(x) dx = \int_0^6 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx = 10 - 7 = 3.$$

Câu 15. Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng.

A. 7.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 64.

D. 12.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Ta có } \int_1^5 3f(x) dx = 3 \int_1^5 f(x) dx = 12.$$

Câu 16: Biết tích phân $\int_0^1 \frac{2x+3}{x-2} dx = a \ln 2 + b$. Tính $P = a+b$:

A. A. 9

B. 5

C. -5

D. 2

Câu 16: Đáp án C

$$\int_0^1 \frac{2x+3}{x-2} dx = \int_0^1 \left(2 + \frac{7}{x-2} \right) dx = \left(2x + 7 \ln |x-2| \right) \Big|_0^1 = 2 - 7 \ln 2$$

$$\Rightarrow a = -7, b = 2$$

$$\Rightarrow P = a + b = -5$$

Câu 17. Cho $\int_1^2 [3f(x) + 2x] dx = 12$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. $\frac{11}{3}$.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có

$$\int_1^2 [3f(x) + 2x] dx = 12 \Leftrightarrow 3 \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 2x dx = 12 \Leftrightarrow 3 \int_1^2 f(x) dx + 3 = 12 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 3$$

Câu 18. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \int 5x\sqrt[3]{1-x^2} dx$, biết $F(1) = 0$. Giá trị của $F(\sqrt{2})$ là

A. $-\frac{15}{8}$

B. $\frac{5}{8}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $-\frac{3}{4}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \sqrt[3]{1-x^2} \Rightarrow t^3 = 1-x^2 \Rightarrow 3t^2 dt = -2x dx \Rightarrow x dx = -\frac{3t^2}{2} dt.$$

$$\text{Suy ra } I = -\frac{3}{2} \int 5t^3 dt = -\frac{15}{2} \cdot \frac{t^4}{4} + C = -\frac{15}{8} (1-x^2)^{\frac{4}{3}} \sqrt[3]{1-x^2} + C$$

$$\text{Với } F(1) = 0 \Rightarrow 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0. \text{ Khi đó: } F(x) = -\frac{15}{8} (1-x^2)^{\frac{4}{3}} \sqrt[3]{1-x^2}$$

$$\text{Vậy } F(\sqrt{2}) = -\frac{15}{8}$$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$, $f(3) = 5$ và $\int_1^3 f'(x) dx = 6$. Tính $f(1)$.

A. 10

B. 11

C. 1

D. -1

Câu 19 (TH)

Cách giải:

Ta có:

$$\int_1^3 f'(x) dx = f(3) - f(1)$$

$$\Rightarrow 6 = 5 - f(1) \Leftrightarrow f(1) = -1$$

Chọn D

Câu 20: Biết $\int_0^2 2x \ln(x+1) dx = a \ln b$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $T = a + b$.

A. $T = 6$.

B. $T = 8$.

C. $T = 7$.

D. $T = 5$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x+1} \\ v = x^2 \end{cases}$$

$$\int_0^2 2x \ln(x+1) dx = x^2 \ln(x+1) \Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{x^2 dx}{x+1} = x^2 \ln(x+1) \Big|_0^2 - \int_0^2 (x-1) dx - \int_0^2 \frac{dx}{x+1}$$

$$= 4 \ln 3 - \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^2 - \ln(x+1) \Big|_0^2 = 3 \ln 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow T = a + b = 6$$

Câu 21 : Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 1$ và $y = -x^2 + 2x + 3$ không được tính bằng công thức nào sau đây?

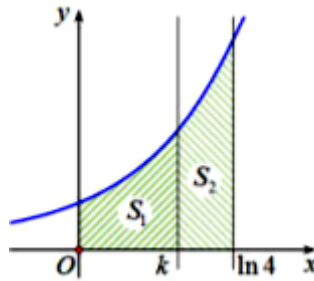
A. $S = \int_{-1}^2 (-x^2 - x + 2) dx.$

B. $S = \int_{\frac{2}{2}}^{-1} (2x^2 - 2x - 4) dx.$

C. $S = \int_{-1}^2 |(x^2 - 1) - (-x^2 + 2x + 3)| dx.$

D. $S = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx.$

Câu 22: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($k \in \mathbb{R}, 0 < k < \ln 4$) chia hình phẳng (H) thành hai phần có diện tích là S_1, S_2 (xem hình vẽ).



Tìm k để $S_2 = 2S_1$.

A. $k = \ln 3$

B. $k = \ln \frac{8}{3}$

C. $k = \frac{2}{3} \ln 4$

D. $k = \ln 2$

Câu 22 (VD)

Cách giải:

Ta có: $S_1 = \int_0^k e^x dx = e^x \Big|_0^k = e^k - 1$

GV: Đặng Thanh Hải

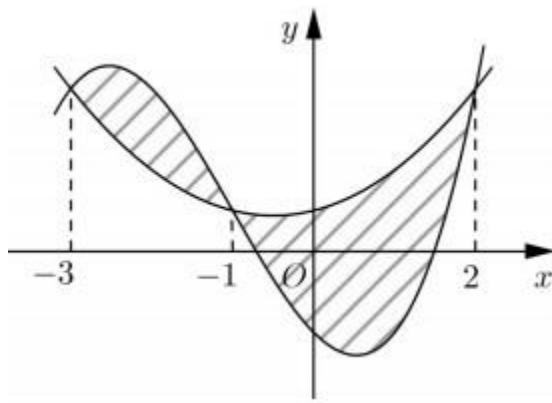
Trường THPT Triệu Quang Phục

$$S_2 = \int_k^{\ln 4} e^x dx = e^x \Big|_k^{\ln 4} = 4 - e^k$$

$$\text{Do } S_2 = 2S_1 \Rightarrow 4 - e^k = 2(e^k - 1) \Rightarrow 3e^k = 6 \Rightarrow e^k = 2 \Rightarrow k = \ln 2$$

Chọn D.

Câu 23. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{253}{12}$

B. $\frac{125}{12}$

C. $\frac{253}{48}$

D. $\frac{125}{48}$

Lời giải**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$ax^3 + bx^2 + cx - 1 = dx^2 + ex + \frac{1}{2} \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = 0$$

Để thấy phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt $-3; -1; 2$ nên

$$\Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = a(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = ax^3 + 2ax^2 - 5ax + 6a$$

Đồng nhất hệ số ta được:

$$-\frac{3}{2} = 6a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4} \Rightarrow f(x) - g(x) = -\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$\Rightarrow S = \int_{-3}^{-1} \left| -\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx + \int_{-1}^2 \left| -\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx = \frac{1}{4} \cdot \frac{16}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{63}{4} = \frac{253}{48}$$

GV: Đặng Thanh Hải

Trường THPT Triệu Quang Phục

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện sau: $f(0) = -2$ và

$$(x^2 + 1)f'(x) + xf(x) = -x, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^{\sqrt{3}} xf(x) dx$$

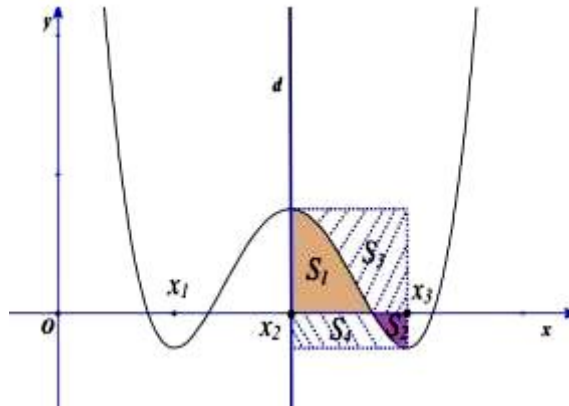
A. $I = \frac{5}{2}$.

B. $I = -\frac{3}{2}$.

C. $I = \frac{3}{2}$.

D. $I = -\frac{5}{2}$.

Câu 25: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_3 = x_1 + 2$, $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0$ và (C) nhận đường thẳng $d: x = x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên



Tỉ số $\frac{S_3 + S_4}{S_1 + S_2}$ gần kết quả nào nhất?

A. 1,62

B. 1,64

C. 1,68

D. 1,66

Cách giải:

Sưu tầm Toanmath

Kết quả bài toán không đôi khi ta tịnh tiến đồ thị hàm số sang bên trái sao cho đường thẳng $d: x = x_2$ trùng với trục tung, khi đó đồ thị (C) là đồ thị của hàm số trùng phương $y = g(x)$ có ba điểm cực trị $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1$.

Suy ra $y = g(x) = k(x^4 - 2x^2) + c \quad (k > 0)$

Mặt khác $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0 \Rightarrow -2k + 2c + \frac{2}{3}c = 0 \Leftrightarrow c = \frac{3}{4}k$.

Suy ra $y = g(x) = k(x^4 - 2x^2) + \frac{3}{4}k$.

GV: Đặng Thanh Hải

Trường THPT Triệu Quang Phục

Khi đó: $S_1 + S_2 = k \int_0^1 \left| x^4 - 2x^2 + \frac{3}{4} \right| dx = \frac{28\sqrt{2} - 17}{60} k.$

Ta lại có $g(0) - g(1) = k \Rightarrow S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = k.1 = k.$

Suy ra $S_3 + S_4 = k - \frac{28\sqrt{2} - 17}{60} k = \frac{77 - 28\sqrt{2}}{60} k.$

Vậy $\frac{S_3 + S_4}{S_1 + S_2} = \frac{\frac{77 - 28\sqrt{2}}{60} k}{\frac{28\sqrt{2} - 17}{60} k} \approx 1,66.$

Chọn D.

II. SỐ PHỨC

Câu 1. Cho biết số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 1 - 3i$. Số phức z là

A. $z = 3 + i$

B. $z = 1 + 3i$

C. $z = 3 - i$

D. $z = \frac{1}{1 - 3i}$

Câu 2. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $-5 + i$.

B. $5 - i$.

C. $-5 - i$.

D. $5 + i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $z_1 + z_2 = 5 + i$.

Câu 3. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. -2.

Câu 4. Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{1}{25}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

A. $\bar{z} = -2 + i$.

B. $\bar{z} = -2 - i$.

C. $\bar{z} = 2 - i$.

D. $\bar{z} = 2 + i$.

Câu 6. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $\omega = z + i.\bar{z}$

A. $M(1; -5)$

B. $N(5; -5)$

C. $P(1; 1)$

D. $Q(5; 1)$

Lời giải

Chọn C

$\omega = z + i.\bar{z} = (3 - 2i) + i(3 + 2i) = 1 + i \Rightarrow (1; 1)$ là điểm biểu diễn.

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z = 4 - 3i$. Môđun của số phức z bằng

A. 2.

B. 1.

C. $\sqrt{5}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $(2+i)z = 4-3i \Leftrightarrow z = \frac{4-3i}{2+i} = \frac{(4-3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = 1-2i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}$.

Câu 8. Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1-i| = |z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $4x-6y-3=0$

B. $4x+6y+3=0$

C. $4x-6y+3=0$

D. $4x+6y-3=0$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$. Ta có $|z+1-i| = |z-1+2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2}$
 $\Leftrightarrow 4x-6y-3=0$.

Câu 9. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức thỏa $|zi+1|=1$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

A. $I(0;-1)$.

B. $I(0;1)$.

C. $I(-1;0)$.

D. $I(1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $|zi+1|=1 \Leftrightarrow |xi-y+1|=1 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 1$. Vậy tâm của đường tròn là $I(0;1)$.

Câu 10. Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1+i)z = 3-i$.

A. 2

B. -2

C. 1

D. -1

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z+1-i$ là hình tròn có diện tích

A. $S = 9\pi$.

B. $S = 12\pi$.

C. $S = 16\pi$.

D. $S = 25\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$w = 2z+1-i \Rightarrow z = \frac{w-1+i}{2}$
 $|z-3+4i| \leq 2 \Leftrightarrow \left| \frac{w-1+i}{2} - 3 + 4i \right| \leq 2 \Leftrightarrow |w-1+i-6+8i| \leq 4 \Leftrightarrow |w-7+9i| \leq 4 \quad (1)$

Giả sử $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), khi đó $(1) \Leftrightarrow (x-7)^2 + (y+9)^2 \leq 16$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là hình tròn tâm $I(7;-9)$, bán kính $r = 4$.

Vậy diện tích cần tìm là $S = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = 2$; $w = (1+\sqrt{3}i)z+2$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn, tính bán kính đường tròn đó.

A. $R = 5$.

B. $R = 2$.

C. $R = 3$.

D. $R = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2 \Leftrightarrow w - (3 + \sqrt{3}i) = (1 + \sqrt{3}i)(z - 1)$$

$$\Rightarrow |w - (3 + \sqrt{3}i)| = |(1 + \sqrt{3}i)(z - 1)| = |(1 + \sqrt{3}i)| |z - 1| = 4$$

Do đó, tập hợp điểm biểu diễn của số phức W là đường tròn có bán kính bằng 4.

- Câu 13.** Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Số phức z có môđun nhỏ nhất là
- A.** $z = 3 + 2i$ **B.** $z = -1 + i$ **C.** $z = -2 + 2i$ **D.** $z = 2 + 2i$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $z = a + bi$. Khi đó $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$

$$\Leftrightarrow |(a - 2) + (b - 4)i| = |a + (b - 2)i|$$

$$\Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b - 4)^2 = a^2 + (b - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow a + b = 4 \quad (1)$$

Mà $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Mà $(a^2 + b^2)(1^2 + 1^2) \stackrel{BCS}{\geq} (a + b)^2$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq \frac{(a + b)^2}{2} = 8 \quad (\text{Theo (1)})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} \geq 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow |z| \geq 2\sqrt{2} \Rightarrow \min |z| = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{1} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 2i.$$

- Câu 14.** Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 6z + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$?

- A.** 13. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là: $\Delta = 9 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 9$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$ thì (1) phải có nghiệm phức. Suy ra $\Delta < 0 \Leftrightarrow m > 9$.

Vậy trong khoảng $(0; 20)$ có 10 số m_0 .

Câu 15. Trong tập hợp các số phức, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$, với z_2 có thành phần ảo dương. Cho số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_2|$ là:

A. $\sqrt{2016} - 1$.

B. $\frac{\sqrt{2017} - 1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2016} - 1}{2}$.

D. $\sqrt{2017} - 1$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$

Ta có: $\Delta = -2016 < 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức

$$\begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2016}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2016}}{2}i \end{cases}$$

Khi đó: $z_1 - z_2 = i\sqrt{2016}$

$$|z - z_2| = |(z - z_1) + (z_1 - z_2)| \geq |z_1 - z_2| - |z - z_1| \Leftrightarrow P \geq \sqrt{2016} - 1.$$

Vậy $P_{\min} = \sqrt{2016} - 1$.

..... HẾT.....